

פתרון בגריות במתמטיקה לשאלון 482

פרק 5

פתרון בידאו של בחינות 2019

1	מועד חורף
4	קיץ מועד א
7	קיץ מועד ב

בגרות חורף 2019:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה הנדסית a_n שבה $a_2 = 6$, $a_5 = 162$.

א. מצא את מנת הסדרה ואת a_1 .

סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה הוא 1640.

ב. מצא את מספר האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה.
נתון כי מספר האיברים בסדרה הוא אי-זוגי.

ג. מצא את סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה.

הסדרה b_n היא סדרה הנדסית אין-סופית, ובה: $b_1 = \frac{5}{a_1}$, $b_2 = \frac{5}{a_2}$.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את מנת הסדרה b_n .

ii. מצא את סכום הסדרה b_n .

(2) נתונה קובייה $ABCD A'B'C'D'$. אורך צלע הקובייה הוא a .

האלכסונים AC' ו- BD' חוצים זה את זה בנקודה O .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הבסיס, AC .

ii. מצא את גודל הזווית בין האלכסון AC'

ובין המישור $ABCD$.

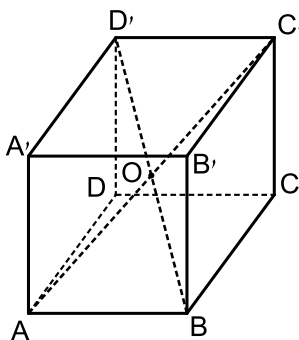
ב. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הקובייה, AC' .

ג. מצא את גודל הזווית החדה שבין האלכסונים AC' ו- BD' .

ד. הבע את שטח המשולש AOB באמצעות a .

נתון כי שטח המשולש AOB הוא $4\sqrt{2}$.

ה. חשב את a .



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה $f(x) = \sin^2 x + 6$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. סרטט במערכת צירים נפרדת סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$

בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

ii. חשב את השטח שבין גרף הנגזרת $f'(x)$ ובין ציר ה- x

בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = (x+2)e^{x+3}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית.

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + a$, a הוא פרמטר.

נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לישר $y = \frac{1}{2}$.

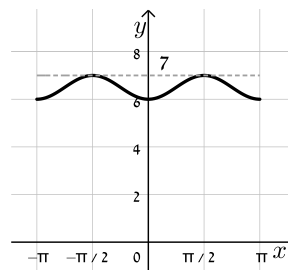
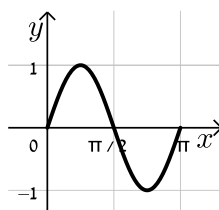
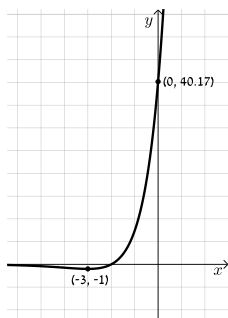
ה. מצא את a . נמק.

5 נתונה הפונקציה $f(x) = 2\ln(x) + 2\ln(x^2) - 3$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ג. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. הוסף בקו מקווקו למערכת הצירים שסרטטת בסעיף ד סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

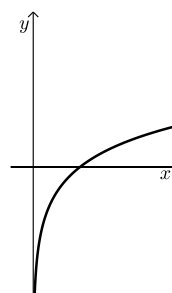
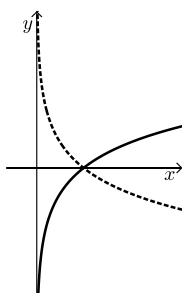
תשובות סופיות:

- 1 א. $a_1 = 2, q = 3$ ב. 4 ג. 546 ד. (i). $\frac{1}{3}$ (ii). 3.75
- 2 א. (i). $a\sqrt{2}$ א. (ii). 35.264° ב. $a\sqrt{3}$ ג. 70.529° ד. $0.354a^2$ ה. $a = 4$
- 3 א. $(0, 6)$ ב. $\min(-\pi, 6), \max\left(-\frac{\pi}{2}, 7\right), \min(0, 6), \max\left(\frac{\pi}{2}, 7\right), \min(\pi, 6)$ ג. להלן סקיצה: ד. (i). להלן סקיצה: ד. (ii). 1 יח"ר.



- 4 א. כל x ב. $x > -2$ ג. $\min(-3, -1)$ ד. סקיצה בצד: ה. $a = 1.5$

- 5 א. $x > 0$ ב. $(\sqrt{e}, 0)$ ג. עליה: כל $x > 0$, ירידה: אף x ד. להלן סקיצה: ה. להלן סקיצה:



בגרות קיץ 2019 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) a_n היא סדרה חשבונית שהאיבר הראשון שלה הוא a_1 וההפרש שלה הוא 4.

b_n היא סדרה המוגדרת כך: $b_n = a_n + 8n$.

א. הוכח כי b_n היא סדרה חשבונית ומצא את ההפרש שלה.

c_n היא סדרה המוגדרת כך: $c_n = a_n + b_n$.

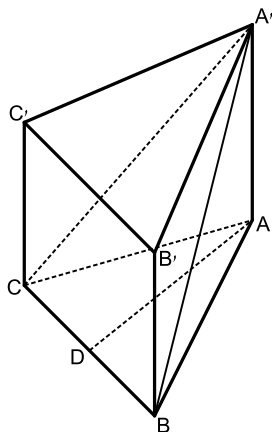
ב. הוכח כי c_n היא סדרה חשבונית.

נתון: $a_1 = \frac{1}{2}$.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את c_1 .

ii. מצא את סכום 20 האיברים הראשונים בסדרה c_n .



(2) $ABCA'B'C'$ היא מנסרה משולשת וישרה שבסיסה

הוא משולש שווה שוקיים ($AC = AB$).

הנקודה D היא אמצע הקטע CB (ראה ציור).

נתון: $\angle CAB = 40^\circ$, $AD = 12$.

א. חשב את אורך הצלע CB.

ב. הסבר מדוע המשולש $CA'B$ הוא משולש שווה שוקיים.

נתון כי שטח המשולש $CA'B$ הוא 80.

ג. חשב את גודל הזווית שבין הקטע DA' ובין

בסיס המנסרה, ABC .

ד. חשב את נפח המנסרה $ABCA'B'C'$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

נתון: $f(0) = 0.75$, $f'(x) = -3\sin 2x$.

פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, מוגדרת גם היא בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

- א. מצא ביטוי אלגברי לפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x בתחום שבין נקודות החיתוך שמצאת בסעיף ב.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = -3e^x(2e^x - 4)$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. נתונה הפונקציה: $g(x) = -\frac{1}{2}f(x)$.
 - i. כתוב מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.
 - ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln(-x^2 + ax)$, שתחום ההגדרה שלה הוא $0 < x < a$.

$a > 0$ הוא פרמטר. ידוע כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון.

א. הראה כי שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא $\frac{a}{2}$.

נתון כי שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא $\ln\left(2\frac{1}{4}\right)$.

ב. מצא את a .

הצב $a = 3$ במשוואת הפונקציה $f(x)$ ובתחום ההגדרה שלה, וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. קבע את הסוג של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

בתשובתך השאר 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ii. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

תשובות סופיות:

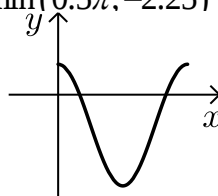
(1) א. הוכחה ($d = 12$). ב. הוכחה ($d = 16$). ג. (i). 9. ג. (ii). 3,220.

(2) א. 8.73. ב. הסבר. ג. 49.07° . ד. 725.354 יח"ק.

(3) א. $f(x) = 1.5\cos 2x - 0.75$. ב. $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right), \left(\frac{5\pi}{6}, 0\right)$.

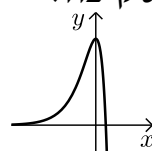
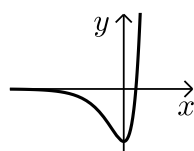
ג. $\max(0, 0.75), \min(0.5\pi, -2.25), \max(\pi, 0.75)$.

ד. להלן סקיצה: ה. 2.87 יח"ר.



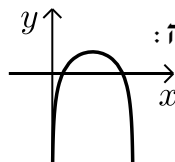
(4) א. כל x . ב. $(0, 6), (\ln 2, 0)$. ג. $\max(0, 6)$.

ד. להלן סקיצה: ה. (i). $\min(0, -3)$. ה. (ii). להלן סקיצה:



(5) א. הוכחה. ב. 3. ג. $\max$. ד. (i). $(0.38, 0), (2.62, 0)$.

ד. (ii) $x = 0, x = 3$. ד. (iii). להלן סקיצה:



בגרות קיץ 2019 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונות שתי סדרות חשבוניות, a_n ו- b_n .

נתון: $a_1 = b_1$.

הפרש הסדרה a_n הוא d , והפרש הסדרה b_n הוא $d+1$.

נתון: a_4 גדול ב-2 מ- b_3 .

א. מצא את d .

ב. הראה כי: $b_n = a_n + n - 1$.

בכל אחת מן הסדרות a_n ו- b_n יש n איברים.

ג. הבע באמצעות n את ההפרש בין סכום כל האיברים בסדרה b_n ובין

סכום כל האיברים בסדרה a_n .

נתון: ההפרש בין סכום כל האיברים בסדרה b_n ובין סכום כל האיברים

בסדרה a_n הוא 780. סכום כל האיברים בסדרה a_n הוא 3040.

ד. מצא את a_1 .

(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה הוא ריבוע.

נתון כי שטח בסיס הפירמידה הוא $4a^2$, a הוא פרמטר חיובי.

א. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הבסיס.

נתון כי הזווית שבין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה היא 67° .

ב. הבע באמצעות a את גובה הפירמידה, SO.

נתון כי נפח הפירמידה הוא 15.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. חשב את a .

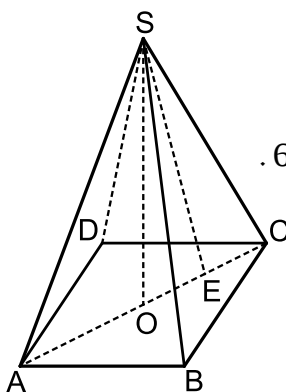
ii. הנקודה E היא אמצע הקטע OC.

חשב את שטח המשולש ASE.

בתשובתך השאר 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ד. חיברו את אמצעי צלעות הבסיס לקודקוד הפירמידה S,

כך שנוצרה פירמידה ישרה חדשה. חשב את נפח הפירמידה החדשה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = 2 - \cos^2 x$ בתחום: $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.

א. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

ב. האם יש לגרף הפונקציה $f(x)$ נקודת חיתוך עם ציר ה- x ? נמק.

ג. האם הפונקציה היא זוגית או אי זוגית או לא זוגית ולא אי זוגית? נמק.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) + c$, c הוא פרמטר.

מצא בעבור אילו ערכים של c , גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x (מצא את שני הערכים האפשריים).

(4) נתונות הפונקציות: $f(x) = e^{2x-1} - 1$, $g(x) = e^{2-x} - 1$, ו- $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות לכל x .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ii. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ עולה לכל x .

iii. מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.

ii. הוכח כי הפונקציה $g(x)$ יורדת לכל x .

iii. מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$.

ג. סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$

ושל גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

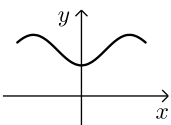
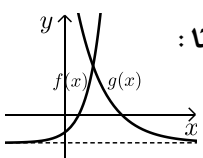
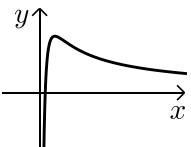
ה. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$

ועל ידי ציר ה- x . תוכל להשאיר e בתשובתך או לדייק עד 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1+\ln x}{ax}$, $a > 0$ הוא פרמטר.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.
- ד. רשום את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$.
- נתון כי שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא $\frac{1}{4}$.
- ה. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. מצא את a .
- ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = -f(x)$.
- ו. רשום את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה. נמק את תשובתך.

תשובות סופיות:

- (1) א. $d = 4$ ב. הוכחה. ג. $\frac{n(n-1)}{2}$ ד. $a_1 = -2$
- (2) א. $2\sqrt{2a}$ ב. $3.33a$ ג. (i). $a = 1.5$ ג. (ii). 7.95 ד. 7.5
- (3) א. $\min\left(\frac{-2\pi}{3}, 1.75\right), \max\left(\frac{-\pi}{2}, 2\right), \min(0, 1), \max\left(\frac{\pi}{2}, 2\right), \min\left(\frac{2\pi}{3}, 1.75\right)$
- ב. לא. ג. זוגית. ד. להלן סקיצה:
- 
- ה. $c = -1, c = -2$
- (4) א. (i). $(0, -0.63), (0.5, 0)$ א. (ii). הוכחה. א. (iii). $y = -1$ שמאל
- ב. (i). $(0, 6.39), (2, 0)$ ב. (ii). הוכחה. ב. (iii). $y = -1$ ימין
- ג. להלן סרטוט:
- 
- ה. 1.07 יח"ר. ד. $(1, 1.72)$
- (5) א. $x > 0$ ב. $\left(\frac{1}{e}, 0\right)$ ג. $x = 1$, מקסימום.
- ד. עלייה: $0 < x < 1$ ירידה: $x > 1$
- ה. (ii). להלן סקיצה:
- 
- ה. (i). $a = 4$ ו. $\min(1, -0.25)$